MAT01354 - E1 - Cálculo e Geometria Analítica II - 2022/2
Prof. Julio Lombaldo - **Prova 1.**

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Total

Nome: ______________________________ Cartão: ____________________

Q1) (2,0 pontos) Considere os seguintes vetores $\mathbf{v} = \langle 2, 1 \rangle$ e $\mathbf{u} = \langle -1, 3 \rangle$ e os pontos $A = (1, -2, 4)$ e $B = (3, 4, -12)$:

a) Represente no espaço bidimensional os vetores $\mathbf{v}$, $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v} + \mathbf{u}$ e calcule o ângulo entre $\mathbf{v}$ e $\mathbf{u}$.

b) Determine o centro e o raio da esfera que tem A e B como extremos de um diametro.

Q2) (2,0 pontos) Considere os pontos $A = (1, 1, -2)$, $B = (-1, 0, 1)$ e $C = (2, 1, -1)$.

a) Determine um vetor normal ao plano que contém os pontos A, B e C e a equação deste plano.

b) Determine as equações paramétricas da reta que passa por B e é perpendicular ao plano que contém A, B e C.

Q3) (2,0 pontos) Considere a esfera de raio 1 dada por $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Determine:

a) Em qual (ou quais) pontos a reta

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$$

intersecciona a esfera.

b) A equação do plano tangente a esfera no ponto $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Q4) (2,0 pontos) Considere a função de duas variáveis dada por:

$$f(x, y) = \ln(1 - x^2 - y^2)$$

Determine:

a) A região do domínio e esboce-a.

b) f_x e f_y em $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

c) A derivada direcional $D_{\mathbf{u}}f$ na direção de $\mathbf{u} = \langle 2, 1 \rangle$ em $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

Q5) (2,0 pontos) Utilizando multiplicadores de Lagrange, maximize a curva $f(x, y) = xy + 5$ com a restrição $x^2 + y^2 = 16$. Diga onde ocorrem esses máximos e seus valores.

Formulário:

$$\frac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}}{\parallel \mathbf{u} \parallel . \parallel \mathbf{v} \parallel} = cos(\theta)$$

$$\parallel \mathbf{u} \parallel = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$$

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

$$D_{\mathbf{u}}f = \nabla\mathbf{f}\cdot\mathbf{u}$$

$$\nabla\mathbf{f} = \langle f_x, f_y, f_z \rangle$$

$$\mathbf{n} = \langle n_1, n_2, n_3 \rangle$$

$$n_1(x - x_0) + n_2(y - y_0) + n_3(z - z_0) = 0$$

$$D = f_{xx}f_{yy} - f_{xy}^2$$