

Exercícios

Nível 1

CLASSIFICAÇÃO

Exemplo 1. Indique a ordem da matriz $M = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

SOLUÇÃO. A matriz M tem duas linhas e três colunas. Portanto, M é de ordem 2×3 .

E1) Indique as ordens das matrizes abaixo:

a) $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

b) $B = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 & 8 \\ 0 & -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

c) $C = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

d) $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. e) $E = (4)$.

Exemplo 2. Identifique o elemento a_{31} da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

SOLUÇÃO. É o elemento da 3ª linha e 1ª coluna, isto é, $a_{31} = 4$.

E2) Indique os elementos pedidos nas matrizes abaixo:

a) a_{21} , $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$. b) b_{11} , $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

c) c_{33} , $C = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Exemplo 3. Verifique se a matriz $M = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ é quadrada.

SOLUÇÃO. Matrizes quadradas são de ordem $n \times n$. M é de ordem 2×3 e, portanto, não é quadrada.

E3) Indique quais das matrizes abaixo são quadradas:

a) $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. b) $B = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$. c) $C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 5 \\ -1 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$.

d) $D = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$. e) $E = (0)$.

Exemplo 4. Verifique se a matriz $M = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ é diagonal.

SOLUÇÃO. M é diagonal, pois os únicos elementos não nulos da matriz estão na diagonal principal (são elementos a_{ii}).

E4) Indique quais das matrizes abaixo são diagonais:

a) $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. b) $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

c) $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. d) $D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. e) $E = (4)$.

Exemplo 5. Escreva a matriz nula de ordem 2×5 .

SOLUÇÃO. $0_{2 \times 5} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

E5) Escreva as matrizes nulas com as ordens pedidas:

a) 2×2 . b) 3×3 . c) 2×1 . d) 3×4 . e) 1×1 .

Exemplo 6. Escreva a matriz identidade de ordem 4×4 .

SOLUÇÃO. $I_{4 \times 4} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

E6) Escreva as matrizes identidade com as ordens pedidas:

a) 3×3 . b) 2×2 . c) 5×5 . d) 1×1 . e) 3×2 .

OPERAÇÕES COM MATRIZES

Exemplo 7. Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, calcule $A + B$.

SOLUÇÃO. $A + B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-1 & -1+0 \\ 2+4 & 4+2 \\ 0+3 & 2+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 6 & 6 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$.

E7) Dadas as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$E = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad F = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \end{pmatrix},$$

calcule:

- a) $A + B$. b) $B + A$. c) $A + C$. d) $A + D$.
e) $E + F$. f) $A + F$.

Exemplo 8. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, calcule $3A$.

SOLUÇÃO. $3A = 3 \begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 3 & 3 \cdot (-1) & 3 \cdot 3 \\ 3 \cdot 2 & 3 \cdot 0 & 3 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 9 \\ 6 & 0 & 12 \end{pmatrix}$.

E8) Dadas as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix},$$

calcule:

- a) $2A$. b) $-A$. c) $3B$. d) $2A + 3B$. e) $-A + B$.

Exemplo 9. Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, calcule AB .

SOLUÇÃO. $AB = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \cdot 0 + 0 \cdot (-1) & -1 \cdot 2 + 0 \cdot 3 \\ 2 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) & 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \\ 3 \cdot 0 + 4 \cdot (-1) & 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 10 \\ -4 & 18 \end{pmatrix}$.

E9) Dadas as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$E = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad G = \begin{pmatrix} -3 & 1 \end{pmatrix},$$

calcule:

- a) AB . b) BA . c) AC . d) AD . e) AE . f) AF .
g) FA . h) DE . i) GC . j) ADE . k) A^2 . l) B^3 .